

UJI RASIO *LIKELIHOOD* DISTRIBUSI POISSON LAWAN DISTRIBUSI BINOMIAL

SKRIPSI



RIYANTO BASUKI

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2003**

**UJI RASIO *LIKELIHOOD* DISTRIBUSI POISSON
LAWAN DISTRIBUSI BINOMIAL**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Airlangga Surabaya**

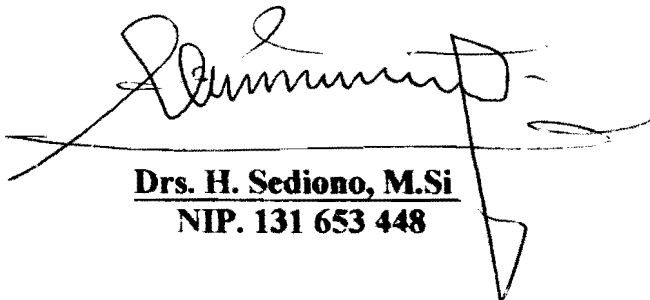
Oleh :

RIYANTO BASUKI
089611463

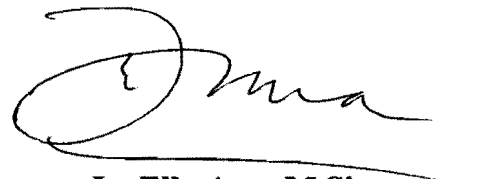
Tanggal Lulus : 29 Juli 2003

Disetujui Oleh :

Pembimbing I,


Drs. H. Sediono, M.Si
NIP. 131 653 448

Pembimbing II,


Ir. Ehy Ana, M.Si
NIP. 131 837 441

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

**Judul : UJI RASIO *LIKELIHOOD* DISTRIBUSI POISSON
LAWAN DISTRIBUSI BINOMIAL**

Penyusun : RIYANTO BASUKI

NIM : 089611463


Tanggal Ujian : 29 Juli 2003

Disetujui Oleh :

Pembimbing I

Pembimbing II


Drs. H. Sediono, M.Si
NIP. 131 653 448


Ir. Elly Ana, M.Si
NIP. 131 837 441

Mengetahui :

**Dekan Fakultas MIPA
Universitas Airlangga**

**Ketua Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Airlangga**


Drs. H. A. Latief Burhan, MS
NIP. 131 286 709


Dra. Moh. Imam Utoyo, M.Si
NIP. 131 801 397

Riyanto Basuki, 2003. Uji Rasio *Likelihood* Distribusi Poisson Lawan Distribusi Binomial. Skripsi ini dibawah bimbingan Drs. H. Sediono, M. Si dan Ir. Elly Ana, M. Si. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Profile likelihood didapat dengan mensubstitusikan $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ dan $p = \frac{\bar{X}_n}{N}$ pada fungsi kepadatan peluang (fkp) bersama distribusi binomial sehingga

$$\text{didapat } L(N) = \left(1 - \frac{\bar{X}_n}{N}\right)^{n(N - \bar{X}_n)} \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{1}{N}\right) \dots \left(1 - \frac{x_i - 1}{N}\right) \left(\frac{\bar{X}_n}{N}\right)^{n\bar{X}_n} \left(\frac{n}{\prod_{i=1}^n x_i!}\right) \text{ dan } \log$$

profile likelihoodnya

$$\ln(N) = n(N - \bar{X}_n) \ln\left(1 - \frac{\bar{X}_n}{N}\right) + \sum_{x_i > 1} \sum_{i=1}^{x_i-1} \ln\left(1 - \frac{r}{N}\right) + n\bar{X}_n \ln \bar{X}_n - \sum_{i=1}^n \ln x_i!$$

Jika $\ln(N)$ tidak maksimum untuk N terbatas maka diambil $\hat{N}_n \rightarrow \infty$. Dengan menggunakan Uji Rasio *likelihood* maka diharapkan H_0 adalah berdistribusi poisson dengan $N = \infty$. Dengan statistik deviance $d_n = 2[\ln(\hat{N}_n) - \ln(\infty)]$ maka distribusi asimtotik statistik deviance tersebut konvergen ke distribusi chi-square dengan derajat bebas $n-1$.

Dari analisis data dengan menggunakan data bangkitan binomial dengan jumlah percobaan (size) 5, 10, 20 dan $N = 10, 20, 30, 40$ serta p mendekati nol maka didapatkan nilai d_n kurang dari chi square tabel sehingga berdasarkan kriteria uji untuk $\alpha = 5\%$, H_0 diterima. Dengan demikian untuk kondisi N dan jumlah percobaan (size) cukup besar serta probabilitas mendekati nol maka data dari distribusi binomial akan mengacu pada distribusi poisson.

Kata Kunci : Estimasi percobaan Binomial; Uji Rasio *Likelihood* ; Distribusi Poisson; Distribusi asimtotik Chi-square.

Riyanto Basuki, 2003. The Likelihood Ratio Test for Poisson Versus Binomial Distributions. This script was written under tutorship of H. Sediono, Drs. M.Si dan Elly Ana, Ir, M.Si. Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Science, Airlangga University.

ABSTRACT

Profile likelihood be obtained substitution with $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ and $p = \frac{\bar{X}_n}{N}$ on joint probability density function (pdf) for binomial distribution with the result that $L(N) = \left(1 - \frac{\bar{X}_n}{N}\right)^{n(N - \bar{X}_n)} \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{1}{N}\right) \dots \left(1 - \frac{x_i - 1}{N}\right) \left(\frac{\bar{X}_n}{N}\right)^{n\bar{X}_n} \frac{1}{\prod_{i=1}^n x_i!}$. Thus the log

profile likelihood $Ln(N)$ is

$$Ln(N) = n(N - \bar{X}_n) \ln\left(1 - \frac{\bar{X}_n}{N}\right) + \sum_{x_i > 1} \sum_{i=1}^{x_i-1} \ln\left(1 - \frac{r}{N}\right) + n\bar{X}_n \ln \bar{X}_n - \sum_{i=1}^n \ln x_i!$$

If $Ln(N)$ is not maximized for a finite value of N we take $\hat{N}_n \rightarrow \infty$. With use likelihood ratio test we wished H_0 is poisson distribution with $N_0 = \infty$. With deviance statistic $d_n = 2[Ln(\hat{N}_n) - Ln(\infty)]$ then asymptotic distribution for deviance statistic converges in Chi-square distribution with degree of freedom $n-1$.

From the analyze of data with generate data from binomial distribution for number of trials (size) 5, 10, 20 and $N = 10, 20, 30, 40$ with probability near zero obtained d_n less than chi square table. So like that criterion test for $\alpha = 5\%$ H_0 accepted. With this result for number of trials (size) and N large enough and $p \rightarrow 0$ from binomial distribution data correspond to a poisson distribution.

KEY WORDS : Estimating the number of binomial trials; Likelihood ratio test; Poisson distribution; Asymtotic Chi-Square distribution.